SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS
Centro de Estudios Tecnológicos, Industrial y de Servicios No. 5
“Gertrudis Bocanegra”

Álgebra

<u>Guia de Estudios</u>

Exámen Extraordinario y Curso Intersemestral *2023*

<u>Academia:</u>

Lic. Araceli Guzmán Ramírez
M. en C. © Jenny Noemi Núñez López
M. en C. Perla X. Arriaga Balderas
Ing. María de Jesús Almaraz Servín

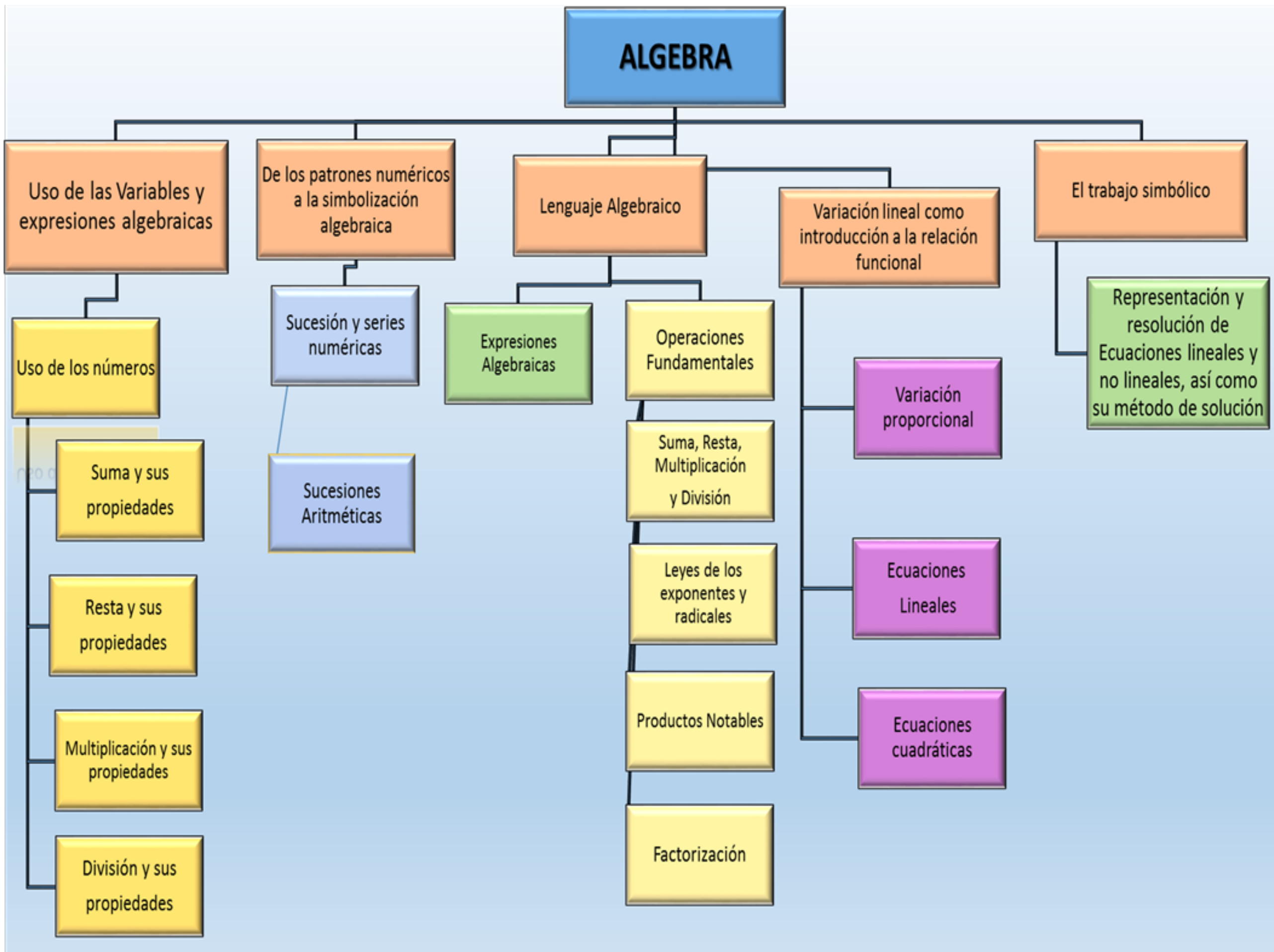
https://www.freepik.es/vector-gratis/fondo-isometrico-elementos-matematicas_4523365.htm#query=algebra&position=2&from_view=keyword&track=sph 16/04/2023

Programa de Estudios del Componente Básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior para el Bachillerato Tecnológico.

Aprendizajes Clave de la asignatura de Álgebra		
Eje	Componente	Contenido central
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: Elementos del Álgebra básica	• Uso de las variables y las expresiones algebraicas. • Usos de los números y sus propiedades. • Conceptos básicos del lenguaje algebraico. • De los patrones numéricos a la simbolización algebraica. • Sucesiones y series numéricas. • Variación lineal como introducción a la relación funcional. • Variación proporcional. • Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático). • El trabajo simbólico. • Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Alpirez Emmanuel, Vega Martin; (agosto 2020); Nuevo Curriculo de la Educación Media Superior, Programas de Estudio del Bachillerato Tecnológico - SEMS; CDMX, México, http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/12615/5/images/BT_Algebra.pdf.

Aprendizaje clave dentro del Nuevo Modelo Educativo 2017 del Programa de Estudios



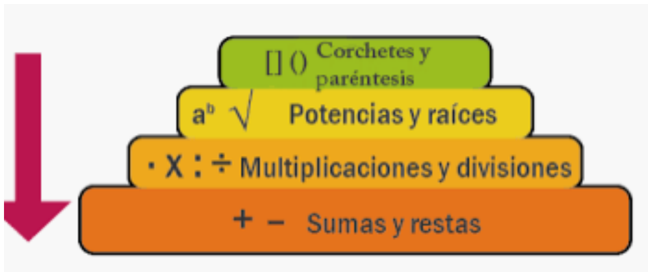
CETIS NO. 5 GERTRUDIZ BOCANEGRA
Academia Algebra TM

Índice

Contenido

Contenido Tematico para presentar Examen Extraordinario y Curso Intersemestral

Jerarquia de Operaciónes



https://escuelaytics.wordpress.com/2018/01/09/jerarquia-de-las-operaciones/ **del 23/08/2022**

El orden en que se deben llevar a cabo las operaciones aritméticas se conoce como jerarquía de operaciones. Primero se multiplica y se divide, después se suma y se resta, Según este orden, la operación 2×5+14÷7-3 debe de resolverse de la siguiente forma:

$$2\times5+14\div7-3=10+2-3=12-3=9$$

Este orden puede modificarse mediante signos de agrupación, que son básicamente los siguientes:

( ) paréntesis,[ ] corchetes { } llaves " " barra o ~~vinculo~~

La barra o vinculo es otro signo de agrupación, sin embargo, es poco usual.

1. Se resuelven las operaciones dentro de los paréntesis, ( ), [ ], { }
2. Todas las potencias y raíces (^{2}, ^{3}), $\sqrt{\ }$.
3. Todas las multiplicaciones y Divisiones (×, ÷).
4. Todas las sumas y restas (+, -).

Cuando tengamos que resolver entre que hacer primero una potencia o una raíz que están al mismo nivel o una multiplicación o división generalmente es indistinto, pero se debe realizar de izquierda a derecha.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video (https://youtu.be/XV5PiV2-91U).

EFECTUA LAS SIGUIENTES OPERACIONES. (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

Operación por realizar	Procedimiento y resultado
1. $8-16-(6-5)=$	

2. $5[-4+6(7-12)+6] =$	
3. $(-5+1)-(6+3)-(7-8) =$	
4. $3+\{8[4-6(7-12)+6]\} =$	

Lenguaje común al Algebraico

El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que normalmente conocemos como lenguaje natural. De esta forma se pueden manipular cantidades desconocidas con símbolos fáciles de escribir, lo que permite simplificar expresiones, formular ecuaciones e inecuaciones y permite el estudio de cómo resolverlas.

¿Para que sirve el lenguaje algebraico?
El lenguaje algebraico es utilizado para la representación de valores desconocidos, la principal función es estructurar un idioma que ayude a generalizar las diferentes operaciones que se desarrollan dentro de la aritmética. Ejemplo: si queremos sumar dos números cualesquiera basta con decir x + y.

Características del lenguaje algebraico:

- El lenguaje algebraico es más preciso que el lenguaje numérico: podemos expresar enunciados de una forma más breve.
- El lenguaje algebraico permite expresar relaciones y propiedades numéricas de carácter general.
- Con el lenguaje algebraico expresamos números desconocidos y realizamos operaciones aritméticas con ellos.

Ejemplos de traducción de lenguaje verbal al lenguaje matematico ó lenguaje algebraico:

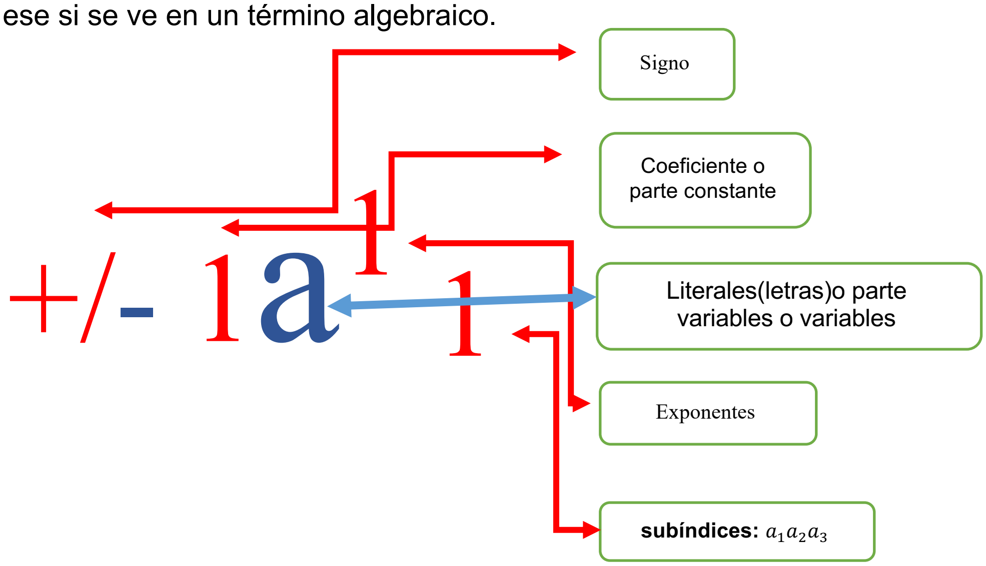
1. Un numero cualquiera: x
2. La suma de dos numeros diferentes: x + y
3. La diferencia de dos números: x - y
4. El producto de dos números: x y
5. El cociente de dos números: x/y
6. El cubo de un numero: x3
7. El triple del cuadrado de un numero: 3x2
8. La suma de los cuadrados de dos números: x2 + y2

9. La quinta parte del cubo de un numero: x3/5
10. El cubo de la quinta parte de un numero: (x/5)3
11. La suma de dos números dividida entre su diferencia: (x + y)/(x - y)

Es importante que observes el siguiente video para fortalecer lo aprendido. https://www.youtube.com/watch?v=gnScIC62h4E

Término Algebraico

Los elementos de color rojo están implícitos, no se ven, pero existen, salvo el signo negativo, que ese si se ve en un término algebraico.



Los términos semejantes son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente. Ejemplo: y son términos semejantes, además y también son términos semejantes, pues su parte literal es decir es la misma.

En una expresión algebraica se llaman términos semejantes a todos aquellos términos que tienen igual factor literal ; es decir, a aquellos términos que tienen iguales letras (símbolos literales) eiguales exponentes.

Por ejemplo:

6 a 2 b 3 es término semejante con – 2 a 2 b 3 porque ambos tienen el mismo factor literal (a 2 b 3)

1/3 x 5 yz es término semejante con x 5 yz porque ambos tienen el mismo factor literal (x 5 yz)

0,3 a 2 c no es término semejante con 4 ac 2 porque los exponentes no son iguales, están al revés.

Reducción de Términos Semejantes

Reducir términos semejantes significa sumar o restar los coeficientes numéricos en una expresión algebraica, que tengan el mismo factor literal.

Para desarrollar un ejercicio de este tipo, se suman o restan los coeficientes numéricos y se conserva el factor literal.

n algebra un término se compone por una variable o incógnita: que puede ser cualquier letra del abecedario y generalmente usamos las últimas.

Una Constante: que está representada por los números.

Un signo: este puede ser positivo o negativo

La potencia o exponente: que es un número pequeño ubicado en la parte superior de los números regulares.

Un término semejante es aquel que tiene la misma variable (letra), pero no necesariamente el mismo número. Por ejemplo:

$3x + 4x$ = Son términos semejantes

$3x + 4y$ = NO son términos semejantes

Si un término está compuesto por varias letras y estas son iguales, entonces son términos semejantes. Ejemplo:

$5xy – 4xy$ = son semejantes porque tienen las mismas letras.

$5xy – 4yz$ = NO son semejantes porque no tienen la misma letra

Además de la variable, un término semejante debe también tener el mismo exponente. Esto quiere decir que si un termino tiene la misma variable (s) pero diferente exponente, no es semejante. Ejemplo"

$3x^2$ $2x^3$ (estos dos términos no son semejantes, tienen la misma variable pero diferente exponente).

$5yz^2$ $4yz$ $3yz^2$ (solo $5yz^2$ $3yz^2$ son semejantes porque tienen las mismas variables -letras- y el mismo exponente).

Revisar el siguinete video para reforzar tus conocimientos. https://www.youtube.com/watch?v=cH_NPAETuvA

Suma y Resta de Polinomios

Entendemos por suma y o resta de polinomios que existe una expresion algebraica con mas de dos terminos.

- Un termino, se les donomina como Monomio, a
- Dos termionos, como Binomios, $7a^3 + b$
- Tres terminos como Trinomio, $a + 2b - 5cd$
- Tambien se les conoces a una expresion algebraica de dos o más terminos como Polinomio.

Al realizar una suma de polinomios se puede hacer de dos formas distintas: en horizontal y en vertical. Vamos a ver las dos maneras y después puedes elegir cuál te resulta más fácil utilizar.

Suma de polinomios en horizontal

Para hacer las operaciones en horizontal primero escribimos un polinomio y seguido en la misma línea escribimos el otro que vamos a sumar o restar. Después, agrupamos términos semejantes.
Ejemplo:

Polinomio 1: $x^4 - 3x^2 + x + 1$ Polinomio 2: $x^3 - x^2 + 5x - 2$

Vamos a realizar la suma. Para ello escribimos cada uno rodeado de paréntesis y con el signo de la suma entre ellos.

$$(x^4 - 3x^2 + x + 1) + (x^3 - x^2 + 5x - 2)$$

Fíjate en los términos que son semejantes entre los dos polinomios. No podemos sumar dos términos que tienen distinto grado, solo podemos agrupar los que sean semejantes y después sumar.

En la siguiente imagen están identificados los términos semejantes rodeados con el mismo color.

$$x^4 \overbrace{- 3x^2 + x + 1 + x^3 - x^2}^{-4x^2} + 5x - 2$$

Igual que hemos hecho con el término de grado 2, debemos sumar los términos de grado 1 y los términos de grado 0.

El resultado de la suma es: $\boxed{x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1}$

Suma de polinomios:

Para hacer las sumas en vertical debemos escribir el primer polinomio ordenado. En el caso de que sea incompleto es conveniente dejar los huecos libres de los términos que falten. Después, escribimos el siguiente polinomio debajo del anterior, de manera que coincida justo debajo el término semejante al de arriba. Después, ya podemos sumar cada columna.
Ejemplo:

Vamos a ver la suma en vertical con los dos polinomios. Observa en el primer polinomio. Hay que escribirlo ordenado y ver si está completo. En este caso falta el término de grado 3, entonces debemos dejar el hueco correspondiente o escribir un cero en su lugar. Ahora escribimos el segundo debajo del primero, de manera que coincidan los términos semejantes uno debajo de otro y se realiza una reducciòn de términos semejantes, como se muestra en la siguiente figura.

$$\begin{array}{cccccc} & x^4 & +0 & -3x^2 & +x & +1 \\ + & & x^3 & -x^2 & +5x & -2 \\ \hline & x^4 & x^3 & -4x^2 & +6x & -1 \end{array}$$

En el caso de restas de polinomio se acomodan de la misma manera, pero se cambia el signo de cada uno de los terminos del polinomio de abajo. Para fortalecer el tema es necesario que observes el siguiente video. https://www.youtube.com/watch?v=DXoqQOO_UW0

Resuelve los siguientes ejercicios, recuerda que se evaluará procedimiento:

1. *Cambiar de lenguaje algebraico a lenguaje común:* $x + (x+1) + (x+2)$	
2. *Cambiar de lenguaje común al algebraico:* El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número.	
3. Reducción de términos semejantes: $(15x^2y + 6x^2y) + (-4x^2y - 11x^2y)$	
4. Reducción de términos semejantes: $x + 3xy - 6x - 2x + 8xy + y - 2xy$	

5. Resta de polinomios: $x^4-2x^3+7x^2-5+8x$ de $-4x-1-7x^2-x^3-2x^4$	

Operaciones Algebraicas

Potenciación

La potencia de a^n representa el producto (multiplicación) que tiene *n* veces el número. El número *a* se llama base o literal en Algebra y el número *n* se llama exponente.

$a^n = 5^3$ $\quad$ (5) (5) (5) = 125

Aritmética

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$
$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$
$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Algebra

$$1^n = 1$$
$$a^1 = a$$
$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$ $\qquad$ $(a^3) + (a^4) = a^{3+4=7}$ $\quad$ a^7

Propiedades de la Potenciación Algebraica.

En Algebra primero calculamos potencias aplicando la definición de la operación de potenciación, como se muestra en las siguientes propiedades de las potencias:

$1^n = 1$	$a^1 = a$	$a^0 = 1, (a \neq 0)$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$

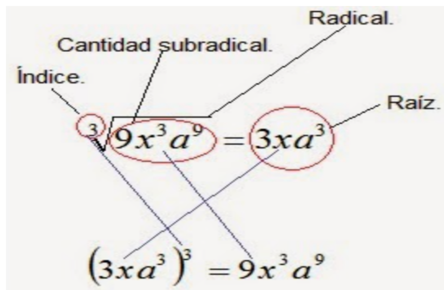
Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortartalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=bnwBXIcli2k Resuelve para facilitar el aprendizaje las siguientes expresiones aplicando correctamente las ***leyes de la potencia***.

1. $(b^4)^3$=	
2. $(c^{3/2})^2$=	
3. $(x^{-3})^{-2}$=	
4. $4J^5 / 4J^2$ =	

Radicación

Podríamos decir que la radicación es la operación opuesta a la potenciación.

El signo utilizado para calcular la raíz de una expresión se llama radical. Dentro de él se coloca la expresión sobre la cual se pretende hallar la raíz. A esta expresión la denominamos cantidad subradical. Encima del radical colocamos el índice que indica la potencia a la que hay que elevar la raíz para que se reproduzca la cantidad subradical como a continuación se muestra.



Propiedades de la Radicación Algebraica.

Significan expresar la forma ya comprobada para resolver o argumentar un planteamiento, por lo que es la base para comprender la forma de resolver cualquier ejercicio matemático, a continuación, se mencionaran las principales propiedades de los radicales o radicación algebraica que son base para poder entender como se resuelve los productos y/o cocientes de una operación algebraica, a continuación se mencionan las principales propiedades.

- Toda raíz de un termino algebraico se resuelve que se divide el exponente del termino entre el exponente de la raíz.
- Toda raíz con índice con el mismo valor que el exponente de un termino, da la unidad, en el caso de que sea par, dará un valor absoluto.
- Cuando no tienen exponente la raíz, se entiende que la raíz de la expresión es al cuadrado.
- La raíz de una raíz de una expresión algebraica se resuelve multiplicando los exponentes de las raíces expresadas.
- La raíz de una expresión radical con índice par de una cantidad subradical positiva tiene doble signo (+ y -). No se puede resolver las raíces par de un termino negativo
- Toda raíz de una expresión radical con índice impar tendrá el mismo signo que su expresión subradical.
- Toda raíz de una expresión radical con índice par y expresión subradical negativa no se puede extraer, pues como todos sabemos, cualquier expresión, ya sea positiva o negativa, elevada a un número par siempre será positiva.
- Para extraer la raíz de una potencia se deja la misma base de la potencia y como exponente el cociente entre su exponente y el índice del radical.
- Para calcular la raíz de un monomio seguimos las reglas vistas hasta ahora, es decir, primero calculamos la raíz del coeficiente y después dividimos el exponente

de cada letra entre el índice del radical. Si el índice es impar la raíz tendrá el mismo signo que la cantidad subradical y si es par y la cantidad subradical positiva tendrá doble signo.

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortartalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=bnwBXIcIi2k. y resuelve para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios correctamente:

1. $\sqrt[3]{125} =$	
2. $\sqrt{49x^2} =$	
3. $\sqrt{\dfrac{9a3}{3a}} =$	
4. $\sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{2} =$	
5. $\sqrt[4]{81a^4\, b^8 c^{12}} =$	

Producto (Multiplicación)

La multiplicación de dos o más monomios se efectúa aplicando las reglas de la potenciación, de los signos, las propiedades asociativa y conmutativa del producto. Como resultado del producto de monomios se obtiene otro monomio. Otra de las formas en las que se conoce el multiplicar algebraicamente son: **Factor o producto** y se puede expresar con los siguientes signos:

x, ·, *, ( ), [ ], { }

Elementos de los términos que se multiplican:

- Signo: Aplicando la ley de los signos (+) (+) = +, (-) (-) = +, (+) (-) = - y (-) (+) = -,
- Coeficiente: Es el numérico del monomio resultante es igual al producto de los coeficientes de los monomios que intervienen en el producto.
- Parte literal es formada por las mismas letras que intervienen en los monomios del producto.
- Exponente de la respectiva literal igual a la suma de los exponentes.

Ejemplo:

$$(a^2)\ (-2\,a^3b^3) = -2a^5b3$$
$$(+)\ (-) = -;\ (1)\ (2) = 2;\ (a^2)\ (a^3b^3) = a^5b^3;$$

Por tratarse de multiplicación entre monomios y polinomios, usaremos las 3 principales leyes de la potenciación para la multiplicación y son:

Multiplicación de potencias de bases iguales. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Potencia de un producto. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
Potencia de potencia. $(an)^m = ab^m$

Multiplicación de monomios por monomios: Es multiplicar cada uno de los elementos de primer monomio por cada elemento del segundo monomio como se menciono en el ejemplo anterior. Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortartalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=epsasFCsJ9A y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

1. $(3a^2)\ (-2ab^2)$ =	
2. $(-\ 4a^2\ b)\ (-2ab^2)$ =	

Multiplicación de monomio por polinomio: Es multiplicar el único término del monomio por cada uno de los del segundo polinomio.

Ejemplo: $(4b)(a^2 - 3ab + 5b^2c)$

Se multiplicar 4b por $(a^2 - 3ab + 5b^2c)$, en este caso lo que se tiene es $(4b)(a^2 - 3ab + 5b^2c)$, se tiene una multiplicación de 4a por el primer término del polinomio que es "a^2", otra multiplicación de 4b por el segundo término que es "$-3ab$" y multiplicar "4b" por el tercer termino "$5b^2c$", por lo tanto, se tendría:

$(4b)(a^2 - 3ab + 5b^2c) = 4a^2b - 12ab^2 + 20b^3c$

Con la práctica se puede hacer la multiplicación de forma directa sin tener que hacer una separación de los términos, para quienes inician se recomienda hacer la separación para verificar el resultado. Otra forma recomendable para analizar es realizando la multiplicación en forma de columna.

$$\begin{array}{r} (a^2 - 3ab + 5b^2c) \\ \underline{\times \quad (4b)} \\ 4a^2b - 12ab^2 + 20b^3c \end{array}$$

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=WsLxwEHznvE y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

3. $ax(x^2 - 2xy + y^2) =$	
4. $(3xy^2)(2x^2y - 7x - 2y + 5) =$	

Multiplicación de polinomio por polinomio: Se debe multiplicar cada uno de los términos de la primera expresión por cada término de la segunda expresión algebraica.

Ejemplo: (5 + 3a + 2a2 + 4b) (5a + b), primero se ordenan los términos de la a la z y después de mayor a menor exponente si son las mismas literales.

$(2a^2 + 3a + 4b + 5)(5a + b) =$
$= 2a^2b + \mathbf{3ab} + 4b^2 + 5b + 10a^3 + 15a^2 + \mathbf{20ab} + 25a$
$= 10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + 23ab + 4b^2 + 5b$

Se recomienda también multiplicar acomodando en forma de columnas, se multiplican los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en consideración "la ley de los signos", y el acomodo de los términos semejantes.

$$
\begin{array}{r}
(2a^2 + 3a + 4b + 5) \\
\underline{\times \quad (5a + b)} \\
2a^2b + 3ab + 4b^2 + 5b \\
\underline{10a^3 + 15a^2 + 20ab + 25a \qquad .} \\
10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + \mathbf{3ab + 20ab} + 4b^2 + 5b
\end{array}
$$

Se reduce términos semejantes: **3ab + 20ab. = 23ab**

$$= 10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + 23ab + 4b^2 + 5b$$

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=FjXrT41vUGM y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

5. $(a^2 + 5a + 6)(-2ab^2 + 3a^3) =$	
6. $(5x^3 - 4x^2 + x - 2)(x^3 - 7x^2 + 3)$	

Productos Notables

Se les da el nombre de productos notables a ciertas multiplicaciones que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación. Esto puede escribirse de memoria sin hacer todos los pasos de la multiplicación.

- ***Binomio al cuadrado***: El producto de un binomio al cuadrado. Su formula es; El cuadrado del primer termino más el doble del primer termino por el segundo mas el cuadrado del segundo.

El producto de un binomio por sí mismo recibe el nombre de cuadrado de un binomio.
El desarrollo del cuadrado del binomio a + b se puede obtener multiplicando término a término:

$$(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2. = \mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$$

- ***Binomio Conjugado***: El Producto de un binomio conjugado. Su formula es; El cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

$$(a+b)\ (a-b) = (a)^2 - (b)^2 = \mathbf{a^2 - b^2}$$

- ***Binomio con un Término Común:*** Su formula es; El cuadrado del término común más el término común por la suma de los términos no comunes más el producto de los términos no comunes.

$$(a+1)\ (a+2) = (a)^2 + (a)\ (1+2) + (1)\ (2) = \mathbf{a^2 + 3a + 2}$$

- ***Binomio al Cubo:*** El cubo de la suma de dos términos al cubo. Su formula es; El cubo del primer término más el triple de primer término al cuadrado por el segundo, más el triple de primer término al cuadrado por el segundo término más el cubo del segundo término.

$$(a + b)^3 = (a + b)\ (a + b)\ (a + b)$$
$$= (a)^3 + 3\ (a)^2\ (b) + 3\ (a)\ (b)^2 + (b)^3.$$
$$= \mathbf{a^3 + 3a^2\ b + 3a\ b^2 + b^3}$$

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: https://www.studocu.com/es/document/universidad-tecnologica-de-chile/matematica/apuntes/algebra-2-productos-notables-y-factorizacion/4579266/view y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

(y + 5) (y + 6) =	
(x - 9) (x + 9) =	

$(x + 5)(x - 8) =$	
$(5a^2 - 3b^2)^3 =$	
$(4a - 5x^2)^2 =$	
$(5a^2x - 3b^2y)^2 =$	
$(m^2 + 3/2n)^2 =$	
$(x + 6)(x - 6) =$	

Binomio de Newton.

El teorema del binomio, también llamado binomio de Newton, expresa la enésima potencia de un binomio como un polinomio. El desarrollo del binomio (a+b) n posee singular importancia ya que aparece con mucha frecuencia en Matemáticas y posee diversas aplicaciones en otras áreas del conocimiento. Si el binomio de la forma (a + b) se multiplica sucesivamente por si mismo se obtienen las siguientes potencias:

$(a+b) =$	$(a+b)$	$a + b$
$(a+b)^2 =$	$(a+b)(a+b) =$ 2 veces	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a+b)^3 =$	$(a+b)(a+b)(a+b) =$ 3 veces	$a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$
$(a+b)^4 =$	$(a+b)\cdots(a+b) =$ 4 veces.	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a+b)^5 =$	$(a+b)\cdots(a+b) =$ 5 veces	$a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$
$(a+b)^6 =$	$(a+b)\cdots(a+b) =$ 6 veces	$a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$

De los desarrollos anteriores, se observa que:

1. El desarrollo de (a + b)n tiene n +1 términos.
2. El exponente de a empieza con n en el primer término y va disminuyendo en uno con cada término, hasta cero en el último.
3. El exponente de b empieza con cero en el primer término y va aumentando en uno con cada término, hasta n en el último.

Cociente (División)

Es una expresión algebraica es en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. La división de polinomios no es tan diferente de la división de números. es la base de dividir un polinomio entre un monomio.

Cuando multiplicas dos monomios, multiplicas los coeficientes y luego multiplicas las variables. De manera similar, cuando divides monomios, divides los coeficientes y luego divides las variables. Cuando hay exponentes con la misma base, las reglas de los exponentes dicen que divides restando los exponentes.

División de monomio entre monomio.

Ejemplo:

Divide. $\frac{10y^5}{2y^2}$

$\left(\frac{10}{2}\right)\left(\frac{y^5}{y^2}\right)$	Agrupa el monomio en factores numéricos y variables.
$5\left(y^{5-2}\right)$	Divide los coeficientes, y divide las variables restando los exponentes de cada término *y*.
$\frac{10y^5}{2y^2} = 5y^3$	

Dividir. $\frac{-6r^3}{4r^4}$

$\left(\frac{-6}{4}\right)\left(\frac{r^3}{r^4}\right)$	Agrupa el monomio en factores numéricos y variables.
$\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{r^3}{r^4}\right)$	Simplifica $\left(\frac{-6}{4}\right)$ a $\left(\frac{-3}{2}\right)$.
$\frac{-3}{2}r^{-1}$	Divide las variables restando los exponentes de *r*. Observa que la variable tiene un exponente negativo.
$\frac{-3}{2} \bullet \frac{1}{r}$	Simplifica r^{-1} reescribiéndolo como el inverso de *r*.
$\frac{-3}{2r}$	Multiplica.
$\frac{-6r^3}{4r^4} = \frac{-3}{2r}$	

https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-9-14_RESOURCE/U11_L2_T5_text_final_es.html

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=Mu2IeTNa5ys y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

$\frac{10x^3}{5x^2} =$	
$\frac{12a^5b^2}{6ab^{-5}} =$	
$\frac{9q^2r^5}{3q^5} =$	

Factorización de Productos Notables:

Es la forma de expresar un polinomio mediante un producto de dos o mas factores; consiste en la descomposición en factores de una expresión algebraica en forma de producto. Existen distintos métodos de factorización, dependiendo de los objetos matemáticos estudiados; el objetivo es simplificar una expresión o reescribirla en términos, que reciben el nombre de factores.

Tipos de factorización:

1. Máximo factor común
2. Suma o diferencia de cuadrados.
3. Trinomio Cuadrado Perfecto
4. Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
5. Trinomio de la forma $Ax^2 + bx + c$
6. Suma y diferencia de cubos.
7. Agrupamiento de términos

1. **Factorización Común:**

- Factorizar un Monomio:

  En este busca los factores en los que se puede descomponer el término:

$15ab = 3 * 5 a b$

- Factor Común Monomio:

  En este caso busca algún factor que se repita en ambos términos, como puedes ver la literal (a) esta en los 2 términos, por lo tanto, ese será tu factor común:

$+ a^2 + 2a = a (a + 2)$

- Factor Común Polinomio:

  En este caso en ambos términos tu factor que se repite es (a + b), entonces lo puedes escribir de como el factor del otro binomio:

$x (a + b) + m (a + b) = (x + m) (a + b)$

2. **Diferencia de Cuadrados: $a^2 - b^2$**

   De una diferencia de cuadrados obtendrás 2 binomios conjugados

   $a^2 - b^2 = (a - b) (a + b)$

   $4a^2 - 9 = (2a - 3) (2a + 3)$

- Caso Especial de Diferencia de Cuadrados Perfectos:

  Factorizar $(a + b)^2 - c^2$

  $(a + b)^2 - c^2 =$

$[(a + b) + c]\ [(a + b) - c] =$
$(a + b + c)\ (a + b – c)$

3. **Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP).** $\mathbf{a^2 + 2a + 1}$

Se es trinomio cuadrado perfecto cuando cumple la siguiente regla:

El Cuadrado del 1er Termino + 2 Veces el 1ro por el 2do + el Cuadrado del 2do.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \text{ TCP}$$

Factorizar: $m^2 +2m +1$ Checa la regla anterior si cumple será un TCP.

$$m^2 +2m +1 = (m + 1)^2 \text{ TCP si cumple}$$

4. **Trinomio de la Forma;** $\mathbf{x^2 + bx + c}$
   Factorizar $x^2 + 7x + 12$

Hay que buscar 2 números que sumados me den 7 y multiplicados me den 12
$4 + 3 = 7$
$4 \times 3 = 12$

Entonces los acomodas como factores de la ecuación cuadrática:
$(x + 4)(x + 3)$ que seria los mismo despejando a x:
$x = - 4$
$x = - 3$

5. **Trinomio de la Forma;** $\mathbf{Ax^2 + bx + c}$
   Factorizar $6x^2 - x - 2$

I. Multiplica los términos de los extremos de tu trinomio $(6x^2)\ (-2) = -12x^2$
II. Basándote en el coeficiente del segundo término $(-x) = -1$ y en el resultado del 1er paso, vamos a buscar 2 número que sumados me den (-1) y multiplicados me den $(12x^2)$.
III. Esos números son $(-4x)$ y $(3x)$, sumados, me dan (-1) y multiplicados me dan $(-12x^2)$
IV. Ahora acomoda dentro de un paréntesis el 1er termino de tu trinomio con el 1er factor encontrado (-4), $(6x^2 - 4x)$
V. Acomoda el 2do factor encontrado $(-3x)$ con el 3er termino de tu trinomio (-2); $(3x-2)$
   a. Acomoda los 2 términos nuevos $(6x^2 - 4x) + (3x-2)$, encuentra algún termino común en cada uno. $2x\ (3x - 2) + 1(3x-2)$, los términos comunes ponlos en otro paréntesis y elimina un término de los 2 que tienes $(3x-2)$, será la factorización $(2x+1)(3x-2)$.

6. **Suma o Diferencia de Cubos:** $\mathbf{a^3 + b^3}$

- Suma de Cubos:
  $a^3 + b^3 = (a + b)\ (a^2 - 2ab + b^2)$

Se resuelve de la siguiente manera
El binomio de la suma de las raíces de ambos términos.
El cuadrado del 1er termino, - el doble del producto de los 2 términos + el cuadrado del 2do termino.

- Diferencia de Cubos:
  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$

Se resuelve de la siguiente manera.
El binomio de la resta de las raíces de ambos términos.
El cuadrado del 1er termino, + el doble del producto de los 2 términos + el cuadrado del 2do termino:

7. **Factor Común por Agrupación de Términos:**
   $ax + bx + ay + by =$
   $[ax + bx] + [ay + by] = x(a + b) + y(a + b) =$
   $(x + y)(a + b)$

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=I0xhY4Binfw y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

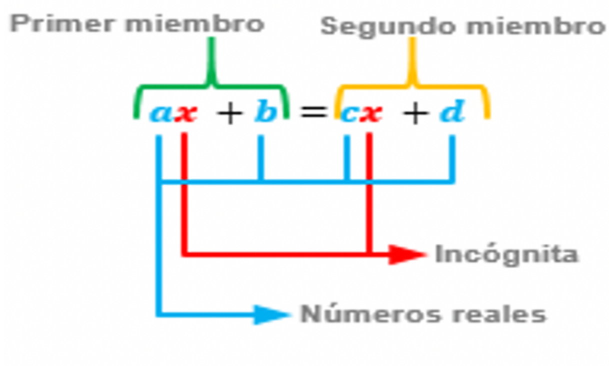
1. $2a^2x+2ax^2-3ax =$	
2. $14x^2y^2-28x^3+56x^4=$	
3. $36x^2 - 25y^6 =$	
4. $16x^2 - 25y^2 =$	
5. $49x^2-56xy+16y^2$	

6. $x^2-16x+64=$	
7. $m^2-12m+11 =$	
8. $a^2-2a-35 =$	
9. $6a^2+17a+12 =$	
10. $9x^2+18x-16 =$	
11. $8x^3-27y^3 =$	
12. $64m^3+n^3 =$	
13. $a(x+1) + b(x+1) =$	
14. $x(a+1) - 3(a+1) =$	

Ecuaciones

Ecuaciones Lineales o de Primer Grado:

Una ecuación lineal es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen elementos conocidos y desconocidos (denominados variables), y que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia.



Por ejemplo, $2x - 3 = 3x + 2$ es una ecuación lineal o de primer grado. Donde:

- El Primer término es $2x - 3$ y el segundo $3x + 2$.
- Los coeficientes 2 y 3, y los números 3 y 2, son contantes conocidas.
- x es la incógnita y constituye el valor que se desea hallar para que la igualdad sea cierta. Por ejemplo, si $x = -5$, entonces en la ecuación anterior tenemos:

$2(-5) - 3 = 3(-5) + 2$

$-13 = -13$

Ecuación lineal de una variable

Una ecuación lineal de una variable puede ser escrita de la forma $ax = b$, donde a y b son números reales y con $a \neq 0$. Por ejemplo: $15x = 2$.

Resolución de ecuaciones lineales con una variable

- En caso que estén presentes, quitar paréntesis y denominadores.
- Agrupar los términos de la variable en un miembro y los términos independientes en el otro.
- Reducir los términos semejantes.
- Despejar la variable.

Ejemplo: Resolver: $2x - 3 = 3x + 2$

$2x - 3x = 2 + 3 \quad \rightarrow \quad x = -5$
Ecuación lineal de dos o más variables

Puede ser escrita de la forma $ax + by = c$, donde x e y son las variables (o incógnitas), a y b son números reales conocidos. Una solución de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par de valores (x, y) que hacen cierta la igualdad. Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta. Por ejemplo:

$2x - y = 3$

$x - 2y = 9$

Resolución de ecuaciones lineales con dos o más variables.

La ecuación anterior o cualquier otra ecuación lineal con dos o más variables, pueden resolverse mediante varios métodos; uno de ellos es el método de sustitución: Para resolver un sistema por el método de sustitución se despeja una variable en una de las ecuaciones y se sustituye su valor en la otra ecuación. De esta forma se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita que resolvemos. Para calcular la otra incógnita basta sustituir el valor hallado donde se ha despejado en primer lugar.

Ejemplo: Resolver:

$2x - y = 3$

$x - 2y = 9$

En la primera ecuación, despejamos y, por lo tanto:

$y = 2x - 3$

Sustituimos en la otra ecuación:

$x - 2(2x - 3) = 9$

Al resolver la ecuación obtenemos el resultado $x = -1$, y si ahora sustituimos esta incógnita por su valor en la ecuación original obtendremos $y = -5$, con lo que el sistema queda ya resuelto.

Es importante observar el siguiente video y transcribir a tu cuaderno para fortalecer la comprensión del tema: **https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8** y resuelve correctamente para facilitar el aprendizaje los siguientes ejercicios:

1. 4 (x-10) = -6 (2-x) -6	
2. $\frac{3}{4}$ (2x + 4) = x + 19	
3. $\frac{5}{x-7} = \frac{3}{x-2}$	
4. $\frac{4}{x-3} = \frac{5}{x-2}$	
5. 2(x-1) – 3(x - 2) = x + 6	

Bibliografía:

- Allen, Á. (2008). *Álgebra intermedia*. México: Editorial Pearson
- Cuéllar, J. (2008). *Matemáticas I Álgebra*. México: Mc Graw Hill
- Jiménez, R. (2011). *Matemáticas I. Algebra Enfoque por Competencias*. México: Editorial Pearson educación.